

Weekend di lavoro su Calcolo delle Variazioni

Report of Contributions

Contribution ID: 1

Type: **not specified**

Alberti- Dividere un insieme a metà

Friday, 25 November 2022 15:30 (45 minutes)

Titolo: Dividere un insieme a metà

Abstract.

In questo seminario illustrerò alcuni risultati ottenuti in una collaborazione ancora in corso con Alan Chang (Princeton University) a proposito del seguente problema di tipo isoperimetrico:

Dato un insieme E in \mathbb{R}^d di volume finito, è possibile trovare un iperpiano P che divide E in due parti di uguale volume, e tale che l'area del taglio (cioè dell'intersezione di E e P) sia dell'ordine che ci si aspetta, vale a dire $(\text{vol}(E))^{1-1/d}$?

Sappiamo dimostrare che la risposta è affermativa se la dimensione d è 3 o più. Tuttavia la nostra dimostrazione non funziona in dimensione 2, e in questo caso la risposta non ci è nota (ma è affermativa se ammettiamo tagli non esattamente planari).

Questo problema è collegato alla struttura degli insiemi di Besicovitch.

Session Classification: Conferenze venerdì 25/11

Contribution ID: 2

Type: **not specified**

Bessas - Fractional total variation denoising model with L^1 fidelity

Friday, 25 November 2022 16:15 (45 minutes)

Abstract. Image denoising is a core problem in image processing which has been addressed by several authors by means of different mathematical techniques, among which variational ones have attracted particular interest.

In this talk I will focus on a nonlocal version of the total variation-based model with L^1 fidelity for image denoising, where the regularizing term is replaced with the fractional s -total variation. I will discuss regularity of the level sets and uniqueness of solutions, both for high and low values of the fidelity parameter.

I will also analyse in detail the case of binary data given by the characteristic functions of convex sets.

Session Classification: Conferenze venerdì' 25/11

Contribution ID: 3

Type: **not specified**

Lucardesi - Un problema isoperimetrico con due soluzioni distinte

Friday, 25 November 2022 17:30 (45 minutes)

Abstract. In questo seminario parlerò di una congettura in ottimizzazione di forma tra i convessi nel piano, che propone l'esistenza di due insiemi ottimali distinti. Racconterò un risultato ottenuto in collaborazione con Antoine Henrot e Antoine Lemenant (Nancy), in cui risolviamo il problema sotto un'ipotesi aggiuntiva di simmetria.

Session Classification: Conferenze venerdì' 25/11

Contribution ID: 4

Type: **not specified**

Briani - Some new bounds for the efficiency of the torsion function

Friday, 25 November 2022 18:15 (45 minutes)

Dato un aperto Ω di \mathbb{R}^d di misura finita è detta funzione di torsione di Ω la soluzione w_p dell'equazione alle derivate parziali p -laplaciano $w = 1$ in Ω e $w = 0$ su bordo di Ω .

In questo seminario discuterò il problema di ottimizzazione di forma per il funzionale noto in letteratura come efficiency della funzione di torsione. In particolare discuterò le differenze del caso nonlineare con il caso lineare già noto. Nel caso $p = 1$ dimostrerò che una struttura di tipo "honeycomb" risulta ottimale.

Session Classification: Conferenze venerdì 25/11

Contribution ID: 5

Type: **not specified**

Leonardi - Alcune proprietà dei quasi-minimi del perimetro relativo nei convessi

Saturday, 26 November 2022 09:00 (45 minutes)

Abstract. si vuole studiare il comportamento dei quasiminimi del perimetro relativo vicino a un punto di bordo di un contenitore convesso non necessariamente regolare. In collaborazione con Giacomo Vianello (PhD UniTN) abbiamo provato due primi risultati in questo senso. Il primo è una formula di monotonìa al bordo con termine deviazione conica. Il secondo è un “vertex avoidance principle” in dimensione 3, in base al quale la chiusura della frontiera interna del quasiminimo non può contenere punti singolari di tipo vertice del bordo del convesso.

Session Classification: Conferenze sabato 26/11

Contribution ID: 6

Type: **not specified**

Sciaraffia - TBA

Saturday, 26 November 2022 09:45 (45 minutes)

Session Classification: Conferenze sabato 26/11

Contribution ID: 7

Type: **not specified**

Carazzato - Esistenza di insiemi minimali per una energia di interazione debolmente repulsiva

Saturday, 26 November 2022 11:00 (45 minutes)

Abstract. In questo seminario verrà presentato un risultato di esistenza di insiemi minimizzanti per alcune energie di interazione non-locale. In particolare, facendo l'ipotesi che il nucleo presente nell'energia sia debolmente repulsivo, dimostriamo che i minimi nella classe delle misure con densità uniformemente limitata sono degli insiemi quando il vincolo di massa è sufficientemente piccolo. Verranno fatti alcuni confronti con la letteratura, sottolineando quale sia il loro rapporto tra il nostro risultato e quelli già presenti. Questo talk è basato su un lavoro in collaborazione con Aldo Pratelli e Ihsan Topaloglu.

Session Classification: Conferenze sabato 26/11

Contribution ID: 8

Type: **not specified**

Bevilacqua - Variational analysis of inextensible elastic curves

Saturday, 26 November 2022 11:45 (45 minutes)

Abstract. In this talk we propose a variational analysis of inextensible elastic curves.

First, we introduce a more general frame called relatively parallel adapted frame (RPAF) to take into account not so regular curves, like r in $W^{2,p}([0; L]; \mathbb{R}^3)$. Second, we minimize elastic energies defined on the introduced framed curves penalizing both curvature and torsion and finally, we discuss critical points deriving the first-order necessary conditions

Session Classification: Conferenze sabato 26/11

Contribution ID: 9

Type: **not specified**

Fusco - TBA

Saturday, 26 November 2022 16:30 (45 minutes)

Session Classification: Conferenze sabato 26/11

Contribution ID: 10

Type: **not specified**

Radici - Stability of quasi-entropy solutions for nonlocal scalar conservation laws

Saturday, 26 November 2022 17:15 (45 minutes)

Abstract. In this talk we consider the stability of entropy solutions for nonlinear scalar conservation laws with respect to perturbations of the initial datum, the space-time dependent flux and the entropy inequalities.

Such general stability theorem has several primary benefits, among which the possibility to study conditional existence and uniqueness of entropy solutions for evolutions whose flux depends non-locally on the solution itself. In addition, the relaxation of the entropy inequality allows to treat approximate solutions arising from various numerical schemes and to derive their corresponding rates of convergence.

In particular, we discuss the case of a recent deterministic particle method introduced to study transport models with congestion and we obtain for the first time the (sharp) convergence rate. This is a joint work with E. Marconi and F. Stra.

Session Classification: Conferenze sabato 26/11

Contribution ID: 11

Type: **not specified**

Scala - Alcuni risultati sul funzionale area e correnti cartesiane in dimensione 2x2

Sunday, 27 November 2022 09:00 (45 minutes)

Abstract. Faremo una breve introduzione al problema di Plateau non parametrico e all'analisi del correlato funzionale area. In codimensione maggiore di 1 vedremo anche il problema stesso di determinare il dominio del funzionale area rilassato è aperto. Alcuni risultati in questa direzione sono stati ottenuti recentemente per mappe definite su domini di \mathbb{R}^2 a valori in \mathbb{R}^2 . Discuteremo talcuni di questi risultati e le prospettive future, anche alla luce di alcune congetture di De Giorgi che sono rimaste ancora aperte.

Session Classification: Conferenze domenica 27/11

Contribution ID: 12

Type: **not specified**

De Pascale - TBA

Sunday, 27 November 2022 09:45 (45 minutes)

Session Classification: Conferenze domenica 27/11

Contribution ID: 13

Type: **not specified**

Mazzoleni - Regularity of the minima of integral shape functionals: the non-degenerate case

Sunday, 27 November 2022 11:00 (45 minutes)

Abstract. We prove the first regularity theorem for the free boundary of solutions to shape optimization problems with integral functionals, for which the energy of a domain is obtained as the integral of a cost function $j(u; x)$ depending on the solution u of a certain PDE problem on Ω . The main feature of these functionals is that (in general) the minimality of a domain cannot be translated into a variational problem for a single (real or vector valued) state function, which is the starting point in all the previous regularity results for optimal shapes.

In this paper the focus is on the case of affine cost functions $j(u; x) = -g(x)u + Q(x)$, where u is the solution of the PDE $-\Delta u = f$ with Dirichlet boundary conditions. We obtain the Lipschitz continuity and the non-degeneracy of the optimal u from the inwards/outwards optimality of u and then we use the stability of u with respect to variations with smooth vector fields in order to study the blow-up limits of the state function u . By performing a triple consecutive blow-up, we prove the existence of blow-up sequences converging to homogeneous stable solution of the one-phase Bernoulli problem and according to the blow-up limits, we decompose boundary of Ω into a singular and a regular part. In order to estimate the Hausdorff dimension of the singular set of boundary of Ω we give a new formulation of the notion of stability for the one-phase problem, which is preserved under blow-up limits and allows to develop a dimension reduction principle. Finally, by combining a higher order Boundary Harnack principle and a viscosity approach, we prove C^1 regularity of the regular part of the free boundary (if the data are smooth).

This is a joint work with Giuseppe Buttazzo, Francesco P. Maiale, Giorgio Tortone and Bozhidar Velichkov (Pisa).

1

Session Classification: Conferenze domenica 27/11

Contribution ID: 14

Type: **not specified**

Focardi - Phase-field approximation of a vectorial, geometrically nonlinear cohesive fracture energy

Sunday, 27 November 2022 11:45 (45 minutes)

Abstract. We consider a family of vectorial models for cohesive fracture, which may incorporate $SO(n)$ -invariance.

The deformation belongs to the space of generalized functions of bounded variation and the energy contains an (elastic) volume energy, an opening-dependent jump energy concentrated on the fractured surface, and a Cantor part representing diffuse damage.

In recent a work, joint with S. Conti and F. Iurlano, we have shown that this type of functional can be naturally obtained as Gamma-limit of an appropriate phase-field model. The energy densities entering the limiting functional can be expressed, in a partially implicit way, in terms of those appearing in the phase-field approximation.

Along the talk, we will comment on several phase-field models that have been introduced and analyzed since the seminal works of Ambrosio and Tortorelli, and that finally have led to those we have proposed.

Session Classification: Conferenze domenica 27/11